

E- Lehre

Coulombgesetz

F21 = K q1q2 / r12^2 , F12 = - F21 / |r1 - r2|

K = 1 / (4πε0)

E-Feld

Allgemein:

E(r) = F(r) / q

E-Feld Punkladung:

E = 1 / (4πε0) * Q / r^2 * r-hat

Elektrische Felder sind wirbelfrei

Elektrischer Fluss

ΦE = ∫ E dA , dA = nA

Gaussches Gesetz

1st Maxwell Gleichung

∮ E dA = Q / ε0

Man darf rechnen E ∫ dA = Q / ε0, wenn E ueberall an jedem dA die selbe staerke hat und immer senkrecht zu den dA's steht.

∫ E dA = ∫V div E dV

div E = ρ / ε0

mit ρ = ortsabhaengi Ladungsdichteverteilung.

E in Leitern

Eim Leiter = 0

Elektrische Potential

Arbeit von q, im E Feld.

W = Epot(2) - Epot(1) = - ∫ F_e d s

F_e = - grad E_pot(r)

Elektrisches Potentlal:

φ(r) = E_pot(r) / q

Coulomb Potential:

φ(r) = 1 / (4πε0) * Q / r, φ(∞) = 0

Δφ = ∫_r1^r2 E d s

Differentielle Form

E(r) = - grad (φ(r)) = - ∇φ(r)

Zirkulationsgesetz (Elektrostatik:)

∫_C E d s = 0

rot E = 0

Gilt fuer jedes Feld, welches durch gradienten Bildung des Potentials erlangt wird. (konservativ ist).

Beliebiges Potential:

φ(R) = 1 / (4πε0) ∫ [ρ(r) / |R-r|] dr

Poisson Gleichung:

Δφ = - ρ / ε0

Im freien Raum gilt ρ = 0

E Felder im geladenen Leiter

→ Im inneren gilt E = 0

→ innenflaeche von ladungsfreien Hohlraumen: σq = 0 (flaechenladungsdichte)

→ Auf Leiterflaechen: E || A, E = σ / ε0 n und das Oberflaechenpotential ist konstant.

2 Metallkugeln:

|E1| = |E2| R1^2 / R2^2

E-Dipol

Fuer |r| >> |d|, gilt:

φ = 1 / (4πε0 r^3) * p = q d

E Feld von Punktladung: 1 / r^2, E von Dipol: 1 / r^3

Dipol im E-feld

Homogen: M = p x E

Allgemein: F = (∇ x E) p

Kapazitaet:

C = Q / U

Plattenkondi:

E = σ / ε0 = Q / (A ε0)

C = ε0 A / d, E = U / d

Fplatte zu platte = 1/2 Q^2 / (A ε0) = 1/2 ε0 A E^2

Parallelschaltung

Ctot = Σi Ci

Reihenschaltung

1/Ctot = Σi 1/Ci

Energie im Kondi

E = 1/2 C U^2

Dielektrikum

kapazitaet mit dielektrikum:

Cdia = εr · Cvak

→ E_vak = εr E_diel

→ σ0 = εr σ_eff

→ Q0 = εr Q_eff

elektrische Verschiebung

D = ε0 εr E_diel = ε0 E_vak

Grenzflaechenuebergaenge:

→ E_vak || = E_diel ||, E_vak ⊥ = εr E_Diel ⊥

→ D_vak || = 1/diel ||, D_vak ⊥ = D_Diel ⊥

Maxwell Dinge:

div E = ρ / ε0, ∫ E dA = Q_frei / ε0

div D = ρ_frei, ∫ D dA = Q_frei

Stromdinge:

I = dQ / dt

EL Stromdichte

|j| = I / A → I = ∫ j dA

∫ div j dV = ∫ j dA = - dQ / dt = - ∫ ρ dV

Gesamtenergiedichte

ω_el = 1/2 E D

Kontinuitaetsgleichung

div j + ρ = 0

Stromdichte ist auch raumladungsdichte times

Geschwindigkeit:

j = ρ v

Widerstand:

differentieller Widerstand (ohm)

ϑ = dU / dI

differentielle Leitfaehigkeit(siemens)

S = dI / dU

R = U / I

j = I / A = 1/RA E = σ E, mit der spezifischen Leitfaehigkeit/Materialkonstanten

σ = 1/RA

Bei spezif. Widerstand ρ gilt: E = ρ · j

bei linearem Zusammenhang: U=RI

→ Heissleiter: dρ/dT < 0 (dϑ/dT < 0)

→ Kaltleiter: dρ/dT > 0 (dϑ/dT > 0)

E-Leistung

P = UI = RI^2 = U^2 / R

Kirchhoffsche Regeln

→ Knotenregel: In jedem Knoten gilt: Σ Ik = 0

→ Maschenregel: In jeder Masche gilt: Σ Uk = 0

folgt aus der Maxxwellschen Gleichung

Widerstandsnetzwerke

Reihenschaltung:

Rtot = Σ Ri, Utot = Σ Ui

Ui sind die an den Rs abfallenden Spnnungen.

Parralelschaltung

1/Rtot = Σ 1/Ri, Itot = Σ In

Magnetostatik

Magnetischer Fluss

ΦM = ∫ B dA

B-Felder

stromdurchflossener Leiter im vakuum:

B = μ0 I / (2π r)

lange spule

B = μ0 n I, dabei ist n die Windungsdichte.

Lorentzkraft

Auf Leiter:

F = I · (l x B)

F = I A · (j x B)

Eizelne Ladung: F = q · (v x B)

Verallgemeinert:

F = q · (E + v x B)

Zyklotronfrequenz:

ω = q / m · B

Drehmoment auf Dipol

M = μ x B, μ = I · A

Hall-Sonde

Misst die "Hall-" Spannung

Fc = q UH / b = Fm = q · v · B = I / (n b d) B

UH = RH · I / d B, RH = 1 / nq

B-Felder

stromdurchflossener Leiter im vakuum:

B = μ0 I / (2π r)

fuer die Quellenfront B Feld:

(2nd Maxwellsche Gleichung)

∫A B dA = div B = 0 (Quellenfreiheit)

Ampersche Gesetz:

∫ B d s = μ0 I_innen, rot B = μ0 j

∫ B d s = μ0 ∫ j dA

Biot- Savart Gesetz

B(r) = μ0 I / (4π) ∫ d s x (r - r') / |r - r'|^3

Dabei ist ds, wegelement vom Stromdurhfluss,

r der vektor zum punkt, andern wir B Feld

brauchen, und r', vektor hin zu ds element

Materie im B- Feld

Magnetisierung M = 1/V Σ μi

B-Feld mit Material

Superposition, Anregung plus Magnetisieung:

B = B0 + μ0 M, B0 = μ0 H

Magentische Erregung:

H = 1/μ0 B - M

∫ H d s = I_frei, rot H = j_frei

rot M = j_geb, rot B = μ0 j_gesamt

j_gesamt = j_geb + j_frei

B = μ0 (H + M) = μ0 μr H

Magnetische Suszeptilitaet

M = χM · H

→ Diamagnetische: -10^-4 ≤ χM ≤ -10^-9

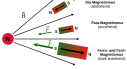
abstoend

→ Paramagnetische: +10^-6 ≤ χM ≤ 10^-4

anziehend

→ Ferromagnetische: 10^2 ≤ χM ≤ 10^5

stark anziehend



Hysterese

→ Verzögerung der Magnetisierung bei wechselndem Magnetfeld

→ Magnetisierung folgt nicht sofort dem äußeren Feld

→ Führt zu geschlossener Schleife im B-H Diagramm

→ Energieverlust pro Zyklus als Wärme (Hystereseverlust)

→ Typisch für ferromagnetische Materialien

Feldgleichugnen in Materie

Vakuum: B = μ0 H

Materie: B = μ0 μr H = μ0 (H + M)

M muss gegeben sein, bei permanentmagneten.

Uebergangflaechen:

H||^(1) = H||^(2); μ1 H⊥^(1) = μ2 H⊥^(2)

B||^(1) / μ1 = B||^(2) / μ2; B⊥^(1) = B⊥^(2)

Es gilt in der Statik:

→ B⊥ (E||) sind immer stetig.

→ H|| (D⊥) nur stetig, wenn j_frei(ρ_frei) = 0

Induktionsshit

Lenzsche Regel: alles was durch Induktion entsteht wirkt deren Ursache entgegen.

Uind = - dΦM / dt mit ΦM = ∫ B dA

Es folgt 3tes Maxwellsche Gleichung:

∫ E d s = - d / dt ∫ B dA (Integral)

rot E = - dB / dt (Differenzial)

∇ x E = - dB / dt

E wirbelt um B-Feldlinien.

Induktivitaet

L = ΦM / I ⇔ ΦM = LI

Uind = - dΦM / dt = - L dI / dt

Erweiterung Ampergesetz

∫ B d s = μ0 ∫ j dA + μ0 ε0 ∫ dB / dt dA

rot B = μ0 j + μ0 ε0 dB / dt = μ0 j + 1/c^2 dB / dt

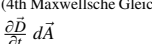
Ampere-Maxwell-Gesetz

(4th Maxwellsche Gleichung) ∫ H d s = ∫ j dA +

1/c^2 dB / dt dA

Schaltdinge

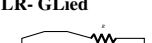
LR- GLied



rot H = j + dB / dt

Schaltdinge

LR- GLied



U0 + Uind = IR, mit Uind = - L dI / dt

→ dI / dt + R / L I = U0 / L

→ I(t) = U0 / R (1 - e^(-R / L t))

Ausschalten

Uind = - L dI / dt = IR

→ I(t) = U0 / R e^(-t / τ), τ = L / R

LCR - Glied



DGL Für U0 unabhängig von t (geschlossener Schalter) U0 = IR + Q / C + L dI / dt

→ dI / dt + 1 / RC + L d^2 I / dt^2 = 0

Einschalten

I(t) = U0 / R e^(-t / τ), τ = RC

UC(t) = U0 - I(t) · R

Entladen

In der DGL wird U0 = 0

I(t) = - U0 / R e^(-t / τ)

UC(t) = U0 · e^(-t / τ)

LCR mit AC

Leistung

P = 1/2 U0 I0 = 1/2 R^2 / (ω L - 1/ω C)^2

mit Pmax = U0^2 / (2R)

Induktiver Widerstand

U(t) + Uind(t) = 0, U(t) = U0 cos(ω t), Uind = - L dI / dt

Integriren fuer I

I(t) = U0 / (ω L) sin(ω t) → Phasenverschiebung - π/2: Strom lauft hinterher

ZL = ω L Induktiver Widerstand.

Kapazitiver Widerstand

U(t) = UC(t) → Q(t) = CU0 cos(ω t) nun ableiten fuer I

I(t) = - ω C U0 sin(ω t)

Phasenverschiebung um π/2: Strom lauft voraus!

ZC = 1 / (ω C) Kapazitiver Widerstand.

Komplexe Darstellung

U = U0 e^i φ e^i(ω t) = U0 e^i(ω t)

Komplexe Impendanz

→ ZR = R

→ ZL = i ω L = ω L e^+ i π/2

→ ZC = 1 / (i ω C) = 1 / (ω C) e^- i π/2

Es gilt wieder

U = Z · I

RC Serienschaltung

Z = |Z| e^i φ

|Z| = sqrt(R^2 + 1/(ω C)^2)

φ = arctan(-1/(ω R C))

RC Parallel

|Z| = R / sqrt(1 + (R ω C)^2)

φ = arctan(ω R C)

Erweiterte Kirchhoff:

→ Σ I = 0

→ Σ U = 0

→ Reihe: Z = Σ Zi

→ Parallel: 1/Z = Σ 1/Zi

Innerhalb einer Masche koennen Ui Phasenverschoben sein, und im Knoten koennen Ii Phasenverschoben sein.

Hoch-/Tiefpass

Ua = U0 Σ Zi / Σ Zi; Zp = Zparallel

Trafos

U2 = N2 / N1 U1; I2 = N2 / N1 I1

